Vorträge.

Opposition der Calliope im Jahre 1856.

Von **Dr. Karl Hornstein,**
Adjunct der k. k. Sternwarte in Wien.

Ich habe schon bei einer früheren Gelegenheit (siehe Sitzungsberichte der math.-naturw. Classe, Jännerheft und Märzheft 1855) die Bahnbestimmung des Planeten Calliope aus den sämmtlichen Beobachtungen der zwei ersten Erscheinungen (1852 bis 1854) mitgetheilt, und zugleich die Mittel beigefügt, die gefundene Bahn mit Hilfe der Beobachtungen während der dritten Erscheinung ohne bedeutende Mühe und ohne erheblichen Zeitaufwand verbessern zu können. Diese Verbesserung durchzuführen und die Ephemeride für die nächste Opposition im August 1856 zu liefern, ist der Zweck der folgenden Blätter. Die Vergleichung der während der dritten Erscheinung im Mai und Juni dieses Jahres angestellten Beobachtungen mit der im Jännerhefte mitgetheilten Ephemeride hat folgende Abweichungen der Ephemeride von den Beobachtungen gegeben:

1855	Beobachtungsort	Beob. — Rechnung		Anmerkungen
		$d\alpha$	$d\delta$	
Mai 21	Wien	$+5^{\mathrm{s}}35$	$-25''0$	
„ 22	„	4·87	25·1	
„ 24	Berlin	5·17	31·4	
„ 24	Wien	5·33	26·8	
„ 26	Berlin	5·00	30·7	
„ 27	„	4·76	30·3	
„ 29	„	5·34	27·2	
Juni 5	Göttingen	5·93	16·9	Ist im Mittel ausgeschlossen.
„ 5	Wien	5·01	29·4	
„ 6	Göttingen	5·02	33·5	
„ 7	„	5·26	23·0	
„ 13	Berlin	5·10	33·5	
„ 13	„	4·78	36·8	
„ 14	Göttingen	5·75	24·2	
„ 17	Berlin	4·59	31·1	

Der Fehler der Ephemeride ist sonach im Mittel:

1855. Juni 3·0 $d\alpha = +5^{\mathrm{s}}095$, $d\delta = -29''14$.

Man hat also nach Sitzungsberichte Jännerheft, wenn man den Grössen x und y die dort gegebene Bedeutung lässt, folgende zwei Gleichungen:

$$\begin{array}{l} -\,0{\cdot}75\,x - 11{\cdot}29\,y = +\ \ 5{\cdot}095 \\ +\,4{\cdot}5\ \ x - 66{\cdot}5\ \ y = -\,29{\cdot}14, \end{array} \qquad (*)$$

aus denen x und y zu bestimmen wären. Man überzeugt sich aber sehr leicht, dass die zweite Gleichung mit der ersten nahezu identisch ist, sonach beide zusammen nicht genügen, um x und y mit Sicherheit zu finden, sondern nur eine Unbekannte bestimmen. Ich habe daher die eine Unbekannte gleich Null gesetzt, und da y nicht Null sein kann, weil sonst aus den vorhergehenden Gleichungen ein zu grosser Werth von x folgen würde, durch den die XII Normalorte der eben erwähnten Abhandlung nicht mehr gut darstellbar wären, so habe ich $x = o$ gesetzt. Es folgt dann aus den beiden Gleichungen (*)

$$y = -\,0{\cdot}4513$$

und

$$y = -\,0{\cdot}4382.$$

Berücksichtigt man aber den Umstand, dass der Fehler der Ephemeride in Rectascension nahe $^5/_2$ des Fehlers in Declination beträgt, und nimmt aus den beiden Werthen von y das Mittel, indem man ihnen respective die Gewichte 5 und 2 gibt, so findet man endlich

$$y = -\,0{\cdot}4476,$$

und damit die Verbesserungen der Elemente:

$$\begin{array}{rl} \delta M = - & 166''14\,y = +\ 74''4 \\ \delta\varpi = + & 178{\cdot}09\,y = -\ 79{\cdot}7 \\ \delta\text{☊} = + & 0{\cdot}24\,y = -\ 0{\cdot}1 \\ \delta i = + & 0{\cdot}56\,y = -\ 0{\cdot}2 \\ \delta\,(log\ a) = + & 828\ \ \ y = -\,370 \\ \delta e = + & 1564\ \ \ y = -\,700 \end{array} \left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\} \text{Einheiten d. 7. Decim.}$$

Diese Verbesserungen, an die wahrscheinlichsten Elemente der erwähnten Abhandlung angebracht, geben dann folgendes neue Elementensystem:

Wahrscheinlichste Elemente aus den Beobachtungen von 1852 bis 1855.

1853 Jänner 0, 0^h mittlere Berliner Zeit.

$$\begin{array}{rl} M = & 18^0\ \ 48'\ \ 23''6 \\ \varpi = & 58\ \ \ 11\ \ \ 19{\cdot}1 \\ \text{☊} = & 66\ \ \ 36\ \ \ 55{\cdot}5 \\ i = & 13\ \ \ 44\ \ \ 51{\cdot}8 \end{array}$$

ϖ, ☊ } mittl. Äquin. 1853·0

$$\log a = 0{\cdot}4638004$$
$$e = 0{\cdot}1035895$$
$$\log \mu = 2{\cdot}8543060 \qquad (\mu = 715''0000)$$
$$\varphi = 5^0\ 56'\ 45''27.$$

Die Normalorte, den 3. Juni 1855 mit eingeschlossen, zeigen nach diesen folgende Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung:

Datum.			Normalort.	Beob.—Rechnung.	
				$d\lambda$	$d\beta$
1852.	Nov.	25	I.	0″0	0″0
	Dec.	10	II.	— 0·3	+ 1·9
	„	18	III.	— 1·3	— 0·5
1853.	Jänner	0	IV.	— 1·1	+ 1·2
	„	11	V.	+ 1·2	— 1·0
	Febr.	14	VI.	+ 3·7	+ 0·3
	März	26	VII.	+ 3·1	+ 1·6
1854.	Febr.	5	VIII.	— 0·5	— 2·4
	März	5	IX.	— 2·9	— 2·3
	„	21	X.	— 1·5	— 2·3
	April	18	XI.	— 6·8	— 5·9
	Mai	20	XII.	0·0	0·0
1855.	Juni	3	XIII.	+ 0·7	+ 0·6.

Mit diesen Elementen wurden die Störungen durch Jupiter und Saturn bis zur Erscheinung 1856 fortgeführt, und dafür folgende Werthe gefunden, welche die Variationen der rechtwinkeligen Coordinaten der Calliope vom 0. Jänner 1853 bis zum beigesetzten Datum, in Einheiten der siebenten Decimale, vorstellen.

			δx	δy	δz
1855.	Nov.	1	+ 23420	+ 34124	+ 11667
	Dec.	1	+ 24987	+ 38898	+ 13984
1856.	Jänner	0	+ 26232	+ 44193	+ 16701
	„	30	+ 27032	+ 49999	+ 19846
	Febr.	29	+ 27262	+ 56290	+ 23440
	März	30	+ 26789	+ 63020	+ 27497
	April	29	+ 25476	+ 70116	+ 32014
	Mai	29	+ 23183	+ 77479	+ 36978
	Juni	28	+ 19779	+ 84979	+ 42355
	Juli	28	+ 15148	+ 92453	+ 48089
	Aug.	27	+ 9198	+ 99704	+ 54102
	Sept.	26	+ 1875	+ 106508	+ 60286
	Oct.	26	— 6823	+ 112612	+ 66510
	Nov.	25	— 16833	+ 117748	+ 72612

Unter Berücksichtigung dieser Störungen entstand nach obigen Elementen die folgende genäherte Jahres- und die genaue Oppositions-Ephemeride.

Jahres-Ephemeride der Calliope für 1856.

0^{h} mittl. Berl. Zeit	Scheinbare AR.	Scheinbare Declination	Logar. d. Entfernung		Calliope im Meridian
			von der Erde	von der Sonne	
Jänner 1	19^{h} 2 31^{s}	—29^{0} 14′6	0·6090	0·4907	0^{h} 21^{m}4
„ 11	19 19 49	29 1·3	0·6082	0·4896	23 57·0
„ 21	19 37 6	28 42·6	0·6056	0·4885	23 34·9
„ 31	19 54 15	28 19·0	0·6014	0·4874	23 12·6
Febr. 10	20 11 12	27 51·3	0·5956	0·4862	22 50·2
„ 20	20 27 52	27 20·2	0·5880	0·4849	22 27·4
März 1	20 44 9	26 46·6	0·5789	0·4837	22 4·3
„ 11	21 0 0	26 11·7	0·5680	0·4824	21 40·8
„ 21	21 15 20	25 36·5	0·5555	0·4811	21 16·7
„ 31	21 30 5	25 2·4	0·5415	0·4797	20 52·0
April 10	21 44 10	24 30·8	0·5258	0·4784	20 26·6
„ 20	21 57 30	24 3·2	0·5086	0·4770	20 0·4
„ 30	22 9 58	23 41·1	0·4900	0·4756	19 33·5
Mai 10	22 21 27	23 26·3	0·4699	0·4741	19 5·6
„ 20	22 31 48	23 20·5	0·4486	0·4727	18 36·4
„ 30	22 40 52	23 25·3	0·4263	0·4712	18 6·0
Juni 9	22 48 26	23 42·3	0·4033	0·4697	17 34·1
„ 19	22 54 16	24 12·6	0·3800	0·4682	17 0·4
„ 29	22 58 7	24 56·8	0·3571	0·4667	16 24·6
Juli 9	22 59 43	25 54·4	0·3353	0·4651	15 46·9
„ 19	22 58 56	27 3·0	0·3156	0·4636	15 6·5
„ 29	22 55 38	28 18·3	0·2991	0·4620	14 23·8
Aug. 8	22 50 0	29 33·8	0·2869	0·4604	13 38·8
„ 18	22 42 28	30 42·1	0·2799	0·4589	12 51·9
„ 28	22 33 48	31 35·2	0·2788	0·4573	12 3·9
Sept. 7	22 24 59	32 7·0	0·2835	0·4557	11 15·9
„ 17	22 17 4	32 14·5	0·2935	0·4541	10 28·8
„ 27	22 10 56	31 58·3	0·3078	0·4525	9 43·5
Oct. 7	22 7 12	31 20·8	0·3254	0·4509	9 0·6
„ 17	22 6 1	30 25·2	0·3452	0·4493	8 20·1
„ 27	22 7 20	29 15·0	0·3662	0·4477	7 42·2
Nov. 6	22 11 6	27 54·0	0·3875	0·4462	7 6·7
„ 16	22 17 3	26 24·2	0·4085	0·4446	6 33·4
„ 26	22 24 49	24 47·2	0·4287	0·4431	6 1·8
Dec. 6	22 34 8	23 4·4	0·4479	0·4416	5 31·8
„ 16	22 44 42	21 16·6	0·4657	0·4400	5 3·0
„ 26	22 56 19	19 24·8	0·4822	0·4386	4 35·2
„ 36	23 8 48	—17 29·3	0·4971	0·4371	4 8·4

Oppositions-Ephemeride der Calliope für 1856.

0^h mittl. Berl. Zeit	Scheinbare AR.	Scheinbare Declination	Logar. d. Entfernung	
			von der Erde	von der Sonne
Aug. 10	22^h 48^m 37^{s}72	—29° 48′ 19″1	0·2850377	0·4601298
„ 11	47 54·89	—29 55 26·0	0·2842026	0·4599716
„ 12	47 11·02	—30 2 26·9	0·2834245	0·4598133
„ 13	46 26·17	9 21·3	0·2827009	0·4596551
„ 14	45 40·38	16 8·9	0·2820334	0·4594968
„ 15	44 53·70	22 49·1	0·2814224	0·4593384
„ 16	44 6·17	29 21·5	0·2808684	0·4591799
„ 17	43 17·82	35 45·6	0·2803719	0·4590215
„ 18	42 28·73	42 1·1	0·2799332	0·4588630
„ 19	41 38·95	48 7·3	0·2795528	0·4587044
„ 20	40 48·50	54 4·1	0·2792308	0·4585457
„ 21	39 57·46	—30 59 50·8	0·2789676	0·4583871
„ 22	39 5·89	—31 5 27·2	0·2787633	0·4582284
„ 23	38 13·85	10 52·8	0·2786183	0·4580695
„ 24	37 21·38	16 7·2	0·2785325	0·4579106
„ 25	36 28·56	21 10·0	0·2785061	0·4577517
„ 26	35 35·44	26 0·9	0·2785389	0·4575928
„ 27	34 42·11	30 39·5	0·2786311	0·4574338
„ 28	33 48·60	35 5·5	0·2787826	0·4572747
„ 29	32 54·99	39 18·6	0·2789933	0·4571157
„ 30	32 1·34	43 18·5	0·2792629	0·4569566
„ 31	31 7·73	47 5·0	0·2795910	0·4567975
Sept. 1	30 14·22	50 37·7	0·2799770	0·4566384
„ 2	29 20·89	53 56·5	0·2804204	0·4564793
„ 3	28 27·79	57 1·1	0·2809204	0·4563202
„ 4	27 35·00	—31 59 51·5	0·2814768	0·4561609
„ 5	26 42·58	—32 2 27·3	0·2820889	0·4560016
„ 6	25 50·59	4 48·6	0·2827560	0·4558423
„ 7	24 59·10	6 55·2	0·2834772	0·4556830
„ 8	24 8·16	8 47·1	0·2842516	0·4555237
„ 9	23 17·83	10 24·2	0·2850785	0·4553644
„ 10	22 28·17	11 46·5	0·2859571	0·4552051
„ 11	21 39·24	12 54·0	0·2868865	0·4550458
„ 12	20 51·08	13 46·7	0·2878655	0·4548865
„ 13	20 3·75	14 24·7	0·2888935	0·4557272
„ 14	19 17·31	14 47·9	0·2899693	0·4555679
„ 15	18 31·80	14 56·5	0·2910919	0·4544086
„ 16	17 47·26	14 50·5	0·2922603	0·4542493
„ 17	17 3·75	14 29·9	0·2934737	0·4540900
„ 18	16 21·31	13 54·9	0·2947310	0·4539306
„ 19	15 39·98	13 5·7	0·2960312	0·4537712
„ 20	14 59·81	12 2·3	0·2973732	0·4536119
„ 21	14 20·82	10 44·6	0·2987560	0·4534526
„ 22	13 43·08	9 13·2	0·3001788	0·4532933
„ 23	22 13 6·60	—32 7 27·8	0·3016405	0·4531340

Opposition am 21. August um $20^{h}\,16^{m}\!.6$.

Ich werde nun noch das Nöthige vorbereiten, um aus der Opposition 1856 die Unbekannte x finden zu können. Multiplicirt man von den zwei Gleichungen für x und y, so wie sie oben angeführt sind, die erste mit 15, um alles in Bogen umzusetzen, so hat man dann:

$$\begin{aligned} -\,11''\!.25\,x - 169''\!.35\,y &= +\,76''\!.42 \\ +\,4\cdot5\ \ x + \ 66\cdot5\ \ y &= -\,29\cdot14. \end{aligned}$$

Sucht man aus diesen den wahrscheinlichsten Werth für y, indem man x als unbestimmt betrachtet, so findet man

$$y = -\,0\cdot4495 - 0\cdot0666\,x.$$

Mit diesem Werthe von y wären die übrigbleibenden Fehler am 3. Juni 1855:

$$\begin{aligned} d\alpha &= +\,0''\!.3 - 0''\!.01\,x \\ d\delta &= +\,0\cdot7 + 0\cdot08\,x, \end{aligned}$$

woraus man sehr deutlich sieht, welch geringen Einfluss das x auf die Beobachtungen in der letzten Opposition hat, und wie wenig Sicherheit es bieten würde, den Werth dieser Unbekannten aus obigen Gleichungen zu suchen. Man kann daher einstweilen $x = o$ annehmen, woraus $y = -0\cdot4495$ folgt. Substituirt man diese Werthe in den Schlussformeln meiner ersten Arbeit über Calliope (Sitzungsberichte 1855, Jännerheft), so erhält man dadurch die Correctionen der dort gegebenen wahrscheinlichsten Elemente. Die so erhaltenen Elemente, so wie das eben gefundene y stimmen aber fast vollkommen mit den oben gefundenen Werthen derselben Grössen überein, und dasselbe müsste auch mit den Ephemeriden der Fall sein, die nach beiden Systemen von Elementen gerechnet würden. In der That könnte das Argument der Breite für die Opposition 1856 nur etwa $^1/_2$ Secunde verschieden sein, und da auch die Länge des aufsteigenden Knotens und die Neigung der Bahn in beiden Fällen nahe gleichen Werth haben, so könnten auch die heliocentrischen, rechtwinkeligen Coordinaten, so wie der geocentrische Ort des Planeten kaum beträchtlich grössere Abweichungen zeigen. Da nun die oben gegebene Ephemeride bereits gerechnet war, ehe ich die Ableitung des y bei unbestimmt gelassenem x vorgenommen, so habe ich es dem eben Gesagten zufolge, für überflüssig erachtet, eine zweite Ephemeride zu rechnen, und ich lasse die erste ohne weiters für $y = -\,0\cdot4495$ gelten.

Sollte nun diese Ephemeride (1856) noch eine Abweichung von einigen Bogensecunden zeigen (eine grössere Abweichung möchte ich kaum für möglich halten), so wird dieser Fehler geeignet sein, die Grösse x zu bestimmen. Um dies zu leisten, und so die Elemente im Jännerhefte 1855 noch an die vierte Opposition anzuschliessen, folgen hier die Correctionen der Ephemeride, wenn x von Null verschieden wäre.

Tafel zur Correction der Ephemeride.

1856	in AR.	in Decl.
August 8	$-\ 11^{s}47\ x$	$-\ 51''5\ x$
18	$-\ 11{\cdot}91\ x$	$-\ 48{\cdot}9\ x$
28	$-\ 12{\cdot}01\ x$	$-\ 44{\cdot}2\ x$
Sept. 7	$-\ 11{\cdot}85\ x$	$-\ 39{\cdot}2\ x$
17	$-\ 11{\cdot}47\ x$	$-\ 35{\cdot}2\ x$
27	$-\ 10{\cdot}92\ x$	$-\ 32{\cdot}1\ x.$

Hat man durch Vergleichung mit den Beobachtungen die Fehler der Ephemeride gefunden, die in dem Sinne „Beobachtung weniger Rechnung“ genommen $d\alpha$ und $d\delta$ heissen sollen, und nennt man die Coëfficienten von x aus dieser Tafel für das entsprechende Datum λ und η, so hat man zur Auffindung von x die beiden Gleichungen

$$\lambda x = d\alpha, \qquad \eta x = d\delta.$$

Mit dem hieraus resultirenden x erhält man dann y aus

$$y = -\ 0{\cdot}4495 - 0{\cdot}0666\ x$$

und mit beiden dann die Verbesserungen der Elemente aus:

$$\begin{array}{rcl} \delta M &=& -\ 220''65\ x -\ 166''14\ y \\ \delta\varpi &=& +\ 272{\cdot}27\ x +\ 178{\cdot}09\ y \\ \delta\Omega &=& +\ \ 0{\cdot}96\ x +\ \ 0{\cdot}24\ y \\ \delta i &=& -\ \ 0{\cdot}11\ x +\ \ 0{\cdot}56\ y \\ \delta\,(log\ a) &=& +\ 574\ x +\ 828\ y \\ \delta e &=& -\ 398\ x +\ 1564\ y \end{array} \left.\vphantom{\begin{array}{c}a\\a\end{array}}\right\} \text{Einheiten der 7. Decimale}$$

welche Correctionen an die folgenden Elemente anzubringen sind:

1853 Jänner 0, 0^{h} mittlere Berl. Zeit.

$$\begin{array}{rcl} M &=& 18^{0}\ 47'\ \ 9''2 \\ \varpi &=& 58\ \ 12\ \ 38{\cdot}8 \\ \Omega &=& 66\ \ 36\ \ 55{\cdot}6 \\ i &=& 13\ \ 44\ \ 52{\cdot}0 \\ log\ a &=& 0{\cdot}4638374 \\ e &=& 0{\cdot}1036595 \\ \varphi &=& 5^{0}\ 56'\ 59''75 \\ \mu &=& 714''9083. \end{array}$$

ϖ und Ω: mittl. Aquin. 1853·0

(S. Sitzungsb. 1855, Jännerh.)

Man sieht aus dem Vorhergehenden, dass ich es versuchte, die bisher bei Calliope in Anwendung gebrachte Methode, die Verbesserung nur zweier Unbekannten, nämlich zweier schicklich gewählter Distanzen von der Erde, zur Correction der Elemente zu benützen, noch auf die vierte Opposition auszudehnen. Sollte sich dieses Verfahren durch die gute Übereinstimmung der Ephemeride und durch eine entsprechende Sicherheit, mit der die Unbekannte x aus dieser vierten Opposition resultiren wird, als zweckmässig herausstellen, so werde ich es noch weiter gebrauchen, indem dadurch die für diesen Planeten nöthige Mühe auf ein Kleinstes gebracht ist.

Dieselbe Methode könnte nach meiner Meinung auch in anderen Fällen grossen Nutzen stiften und insbesondere sehr häufig zur Bequemlichkeit der Beobachter beitragen, was bei einem Andrange von neuentdeckten Himmelskörpern ein sehr schätzenswerther Vortheil ist. Zugleich würde sich dadurch nicht selten die lästige Wiederholung erster genäherter Bahnbestimmungen vermeiden lassen, die doch meistens nothwendig ist, indem die erste Ephemeride, sowohl bei Planeten als bei Cometen, in der Regel in kürzester Zeit schon beträchtliche Abweichungen zu erkennen gibt. Wäre nun dieser ersten Ephemeride sogleich ein Täfelchen beigegeben, wodurch eine Verbesserung derselben ermöglicht wird, wie die oben gegebene Tafel für Calliope, so könnte jeder Beobachter mit einem Zeitaufwande von nur wenigen Minuten sich die Ephemeride auf längere Zeit im Vorhinein selbst corrigiren, sobald er nur Eine Beobachtung zu Gebote stehen hat, die ihm die Abweichung der Ephemeride für irgend einen Beobachtungstag liefert. Vielleicht könnte in vielen Fällen das erste Elementensystem, bei welchem die zu Grunde liegenden Beobachtungen kaum ein Zeitintervall von einigen Wochen umfassen, genügen, um einen Planeten, während seiner ganzen ersten Erscheinung zu verfolgen, indem für den Beobachter ein mässiger Grad von Genauigkeit hinreicht den Planeten zu finden. Und gerade dieser letzte Umstand wird die Anwendung der Methode selbst dann erlauben, wenn der von dem Himmelskörper zurückgelegte Bogen noch klein ist, was nicht mehr gut anginge, wenn die grösste Schärfe verlangt würde. Ich werde dies an dem zweiten Cometen von 1854 (dem grossen Cometen vom April) zeigen. Aus den vier Wiener Beobachtungen vom 1., 2., 4. und 5. April, die also ein Intervall von nur vier Tagen umschliessen, fand ich die folgenden parabolischen Elemente (Astron. Nachr., 38. Band):

$$\begin{array}{rll} T = & 1854 \text{ März } 24\cdot06022 & \text{mittlere Berliner Zeit.} \\ \varpi = & 213^{0}\ 47'\ 53''\!\cdot\!4 & \left.\begin{array}{l}\text{scheinb. Äquin.}\\ \text{1854, 3. April}\end{array}\right. \\ \Omega = & 315\ \ 26\ \ 49\cdot8 & \\ i = & 82\ \ 22\ \ 40\cdot9 & \qquad\qquad\qquad (\mathrm{I}) \\ \log q = & 9\cdot4425344 & \\ & \text{Helioc. Bew. retrograd.} & \end{array}$$

Zugleich fand sich während der Rechnung, dass eine gewisse Änderung des Verhältnisses der Distanzen des Cometen von der Erde am 1. und 5. April folgende Änderungen in den Elementen hervorbringt:

$$\begin{array}{rl} \delta T = & -\ 0^{t}\!\cdot\!02551 \\ \delta\varpi = & +\ 1^{0}\ \ 7'\ \ 27''\!\cdot\!27 \\ \delta\Omega = & +\ 0\ \ 29\ \ 48\cdot61 \\ \delta i = & +\ 3\ \ 13\ \ \ 3\cdot91 \\ \delta\,(\log q) = & -\ 37340. \ \ \text{(Einheiten der 7. Decim.)} \end{array}$$

Ändert man also dieses Verhältniss um das $x$fache, so hat man folgende gleichzeitige Variationen der Elemente:

$$\begin{array}{rl} \delta T = & -\ 0^{t}\!\cdot\!02551\ x \\ \delta\varpi = & +\ \ 4047''\!\cdot\!27\ x \\ \delta\Omega = & +\ \ 1788\cdot61\ x \qquad\qquad (\mathrm{II}) \\ \delta i = & +\ 11583\cdot91\ x \\ \delta\,(\log q) = & -\ 37340\ x. \ \ \text{(Einheiten der 7. Decim.)} \end{array}$$

Berechnet man nun mit den Elementen (I) die Ephemeride und sucht zugleich die Änderungen, welche die geocentrische Rectascension und Declination durch die unter (II) angeführten Variationen der Elemente erfährt, so erhält die Ephemeride die folgende Form:

1854	Scheinbare AR.	Correction der AR.	Scheinbare Declination	Correction der Declination	Logar. d. Entf. v. d. Erde
April 8	$3^{h}\ 14^{m}\ 30^{s}\!\cdot\!0$	$+\ 23^{s}\!\cdot\!2\ x$	$+12^{0}\,38'\,10''$	$-\ 114''\ x$	9·95848
„ 9	24 12·7	$+\ 34\cdot8\ x$	+ 11 37 14	$-\ 185\ x$	
„ 10	33 17·1	$+\ 46\cdot9\ x$	+ 10 37 32	$-\ 264\ x$	9·97543
„ 11	41 45·9	$+\ 59\cdot6\ x$	+ 9 39 14	$-\ 351\ x$	
„ 12	49 42·0	$+\ 72\cdot7\ x$	+ 8 42 40	$-\ 442\ x$	9·99381
„ 13	3 57 8·0	$+\ 86\cdot4\ x$	+ 7 47 52	$-\ 542\ x$	
„ 14	4 4 6·3	$+\ 100\cdot0\ x$	+ 6 55 15	$-\ 639\ x$	0·01297
„ 15	10 39·0	$+\ 113\cdot4\ x$	+ 6 4 45	$-\ 739\ x$	
„ 16	16 48·7	$+\ 126\cdot3\ x$	+ 5 16 20	$-\ 838\ x$	0·03237
„ 17	22 36·9	$+\ 139\cdot3\ x$	+ 4 29 57	$-\ 937\ x$	
„ 18	28 6·3	$+\ 151\cdot7\ x$	+ 3 45 36	$-\ 1032\ x$	0·05165
„ 19	33 18·4	$+\ 163\cdot5\ x$	+ 3 3 11	$-\ 1123\ x$	
„ 20	38 13·3	$+\ 174\cdot5\ x$	+ 2 22 40	$-\ 1208\ x$	0·07058

Alles ist nur mit fünfstelligen Tafeln gerechnet, und die Ephemeride liesse sich in dieser Weise noch weiter fortsetzen. Vergleicht man diese Ephemeride mit den auf der Wiener Sternwarte gemachten Beobachtungen (Astr. Nachr., 38. Band), so erhält man (ohne Berücksichtigung der Aberration und Parallaxe, da die Elemente auch in derselben Weise abgeleitet sind):

1854	Beob.—Rechnung. $d\alpha$	$d\delta$
April 8·324	$+\,1^{s}2$	$+\,1''$
9·326	$+\,1\cdot5$	$-\,8$
10·325	$+\,1\cdot7$	$-\,16$
11·332	$+\,2\cdot0$	$-\,16$
13·342	$+\,2\cdot8$	$-\,26$
14·333	$+\,3\cdot5$	$-\,38$
15·340	$+\,4\cdot2$	$-\,42$
18·344	$+\,5\cdot0$	$-\,52$
19·338	$+\,6\cdot3$	.....

Aus jeder dieser Beobachtungen, besonders dort wo die Abweichungen schon grösser werden, geht hervor, dass x nahe $= +\,{}^{1}/_{25}$ gesetzt, die Fehler sowohl in Rectascension als in Declination ziemlich entfernt [1]. Aus allen Beobachtungen findet sich der wahrscheinlichste Werth von x

$$x = +\,0\cdot0373.$$

Mit diesem werden die verbesserten Elemente:

$$\begin{array}{rl} T = & 1854 \text{ März } 24\cdot05926 \text{ mittlere Berl. Zeit} \\ \left.\begin{array}{r} \varpi = \\ \Omega = \end{array} \begin{array}{rrr} 213^{0} & 50' & 24''4 \\ 315 & 27 & 56\cdot5 \end{array}\right\} & \text{scheinbares Äquin. 1854, 3. April} \\ i = & \begin{array}{rrr} 82 & 29 & 53\cdot0 \end{array} \\ \log q = & 9\cdot4423952 \end{array}$$

Helioc. Bew. retrograd,

wobei noch folgende Abweichungen von den Beobachtungen bleiben:

1854	$d\alpha$	$d\delta$
April 8	$+\,0^{s}2$	$+\,6''$
9	$+\,0\cdot1$	$-\,1$
10	$-\,0\cdot1$	$-\,6$
11	$-\,0\cdot3$	$-\,3$

---

[1] Vielleicht ist es etwas zu weit gegangen, immerhin aber möglich, in dem Umstande dass die Rectascensionsfehler das x nahezu $= {}^{1}/_{30}$, die Declinationsfehler aber nahe $= {}^{1}/_{20}$ verlangen, eine schwache Andeutung einer Abweichung von der Parabel zu erkennen.

13	— $0\overset{s}{.}5$	— 5
14	— 0·3	— 14
15	— 0·2	— 14
18	— 0·8	— 13
19	+ 0·1	.....

Nimmt man auf den Umstand Rücksicht, dass die Elemente (I) nur aus einem Intervalle von 4 Tagen abgeleitet sind, so kann man mit diesen Abweichungen wohl zufrieden sein. Vergleicht man die letzten Elemente mit denen von Ch. Mathieu (Astr. Nachr., 38. Bd., S. 347), die aus 42 Beobachtungen (6 Normalorten) abgeleitet sind, so findet man folgende höchst geringe Unterschiede:

$$\begin{aligned} \delta T &= +\ 0\overset{t}{.}00768 \\ \delta\varpi &= +\ 1'\ \ 11'' \\ \delta\Omega &= +\ 0\ \ \ 30 \\ \delta i &= -\ 2\ \ \ 50 \\ \delta\,(log\ q) &= -\ 0{\cdot}0001599, \end{aligned}$$

welche an Mathieu's Elemente angebracht, die meinigen geben. Mehr dürfte man von einer ersten Bahnbestimmung kaum verlangen können. Bedenkt man, wie wenig Zeit es kostet, bei Planetenbahnen mit einer Hypothese über zwei Distanzen von der Erde, Elemente zu erhalten, — eine Rechnung die nicht viel mehr als eine Octavseite in Anspruch nimmt — so wird man kein Bedenken tragen, auch bei den Asteroiden den ersten genäherten Ephemeriden die betreffenden Mittel zur Verbesserung derselben und der Elemente beizufügen, und so häufig einer wiederholten Rechnung der Elemente auszuweichen.